

Scattering by cylindrical nanoantenna in real medium

Maicol Cárdenas Hernández, MSc.¹, Eduardo Rodríguez Araque, PhD².

Fundación Universitaria Cafam, Colombia.

¹maicol.cardenash@unicafam.edu.co, ²eduardo.rodriqueza@unicafam.edu.co.

Abstract— Cylindrical nanoparticles immersed in an absorbing environment were studied by evaluating the solutions of Maxwell's equations in a cylindrical symmetry with dispersive materials interacting with electromagnetic radiation. Analytical solutions are developed for the efficiencies, dispersion (Qs), for different complex refractive indices of materials found in the literature. The scattering is derived from the near field solutions on the surface of the studied nanoparticle. The results show that, although the absorbing medium significantly reduces the scattering efficiency, we also studied the intensity of the stray electromagnetic field at different wavelengths and with different sizes of nanoantennas, finely studying the phase profile in terms of the scattering angle.

Keywords— nanoantennas, electrodynamics, scattering, energy efficiency, Telecommunications.

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

Dispersión por nanoantena cilíndrica en medio real

Scattering by cylindrical nanoantenna in real medium.

Maicol Cárdenas Hernández, MSc.¹, Eduardo Rodríguez Araque, PhD².

Fundación Universitaria Cafam, Colombia.

¹maicol.cardenash@unicafam.edu.co, ²eduardo.rodriguez@unicafam.edu.co.

Resumen— *La interacción del espectro electromagnético con nanopartículas cilíndricas inmersas en un entorno absorbente, se estudió evaluando las soluciones las ecuaciones de Maxwell en una simetría cilíndrica con materiales dispersivos interactuantes con la radiación electromagnética. Se desarrollan soluciones analíticas para las eficiencias, dispersión (Q_s), para diferentes índices de refracción complejos de materiales encontrados en la literatura. La dispersión se deriva de las soluciones de campo cercano en la superficie de la nanopartícula estudiada. Los resultados muestran que, aunque el medio absorbente reduce significativamente la eficiencia de dispersión, también estudiamos la intensidad del campo electromagnético disperso en diferentes longitudes de onda y con diferentes tamaños de nanoantenas, finalmente estudiamos el perfil de la fase en términos del ángulo de dispersión.*

Palabras claves: nanoantenas, electrodinámica, dispersión, eficiencia energética, telecomunicaciones.

Abstract— *Cylindrical nanoparticles immersed in an absorbing environment were studied by evaluating the solutions of Maxwell's equations in a cylindrical symmetry with dispersive materials interacting with electromagnetic radiation. Analytical solutions are developed for the efficiencies, dispersion (Q_s), for different complex refractive indices of materials found in the literature. The scattering is derived from the near field solutions on the surface of the studied nanoparticle. The results show that, although the absorbing medium significantly reduces the scattering efficiency, we also studied the intensity of the stray electromagnetic field at different wavelengths and with different sizes of nanoantennas, finally studying the phase profile in terms of the scattering angle.*

Keywords— nanoantennas, electrodynamics, scattering, energy efficiency, Telecommunications.

I. INTRODUCCIÓN

La descripción de la interacción de la radiación electromagnética (EM) con la materia es un problema que se ha estudiado desde hace mucho tiempo. La teoría de la dispersión de EM interactuando con una esfera homogénea con tamaño arbitrario fue desarrollada en 1908 [1] y la dispersión por un cilindro circular infinitamente largo inmerso en el vacío con incidencia normal fue resuelta por Lord Rayleigh en 1918 [2], quien fue galardonado con el premio nobel de física en 1904, posteriormente Wait explicó las consecuencias de este fenómeno cuando se consideraba la incidencia oblicua en el mismo sistema [3]. Años más tarde el cilindro se reemplazó en los cálculos por una partícula elipsoidal, como se puede ver en los trabajos realizados en [4] donde se muestra un proceso muy detallado. Si bien existen textos básicos sobre la interacción de

la EM con la materia como lo es [5]. En la literatura se encuentran publicaciones con diversos modelos para resolver este tipo de interacciones, y siempre el punto de partida de todas estas son las ecuaciones de Maxwell [6], Si bien nuestro interés primario es el comportamiento de la dispersión, es importante mencionar que este modelo tiene aplicaciones, para determinar otros parámetros como la extinción y la absorción [7].

Desde 1950 las soluciones basadas en las medidas de la extinción, dispersión y absorción comenzaron a utilizarse para entender la interacción de EM con materiales dieléctricos y conductores [8], ya que es son parámetros usualmente medidos en los laboratorios, con esto conocido es posible estudiar por ejemplo la interacción con nanopartículas y la generación de plasmones [9], que pueden entenderse como oscilaciones colectivas de las nubes electrónicas de los materiales conductores que interactúan con la EM. También en la nanotecnología se estudian las interacciones con las partículas nanométricas llamadas nanoantenas o antenas ópticas [10]. La dinámica de nanopartículas en fluidos o en arreglos de varias nanoantenas [11]. Los materiales nanoestructurados han ganado un interés significativo para aplicaciones en células solares en la industria energética y otros dispositivos ópticos y optoelectrónicos que son comprendidos desde modelos clásicos hasta los cuánticos en procesos de dispersión que se puede generar desde las longitudes de onda de la región visible hasta el UV cercano del espectro, que puede tener como fuente la energía solar [12].

Experimentos de dispersión en antenas cilíndricas [13] y métodos de espectrometría permiten adquirir datos de las propiedades ópticas en sistemas de gases enrarecidos con nanopartículas, este estudio es importante para desarrollos en áreas como las telecomunicaciones y la interacción de los campos con partículas libres en la atmósfera que puedan modificar las consecuencias del efecto invernadero.

Partículas como la que estudiamos en este trabajo permiten comprender la dinámica de la dispersión para estudios climatológicos ya que las partículas pueden estar suspendidas en la atmósfera dispersando la radiación utilizada en las telecomunicaciones [14] alterando la información enviada, o la proveniente del sol modificando la temperatura del material donde estén suspendidas las nanoantenas y catalizar las reacciones fotoquímicas [15] por procesos de limpieza o desinfección. Esta interacción es de interés en las telecomunicaciones para entender las propiedades del entorno sobre las señales emitidas o absorbidas por las antenas.

Nuestro objetivo es entender la eficiencia dispersiva y sus perfiles de fase y campo para comprender la interacción de la

EM con una nanoantena cilíndrica que se considera dispersiva inmersa en un medio dispersivo. Para lograr esto abordamos el problema de la siguiente manera; En la sección II aplicamos las ecuaciones de Maxwell al sistema en estudio y desarrollamos las soluciones de las ecuaciones diferenciales acopladas de Maxwell en la simetría cilíndrica, lo cual nos llevó a la aparición de las funciones matemáticas especiales de Bessel, Neumann y Hankel, conocidas las soluciones aplicamos las condiciones de frontera para la nanoantena, así, hallar constantes integración y construir la EM dispersada. Posteriormente en la sección III encontrar el modelo analítico determinamos la eficiencia de la dispersión, perfil que podría ser comparado con resultados experimentales, también mostramos el comportamiento de la amplitud de campo dispersado y la fase como función de las variables geométricas y la longitud de la onda incidente. Final mente en la sección IV encontrar las conclusiones.

II. TEORÍA

Muchas partículas en la naturaleza como los virus, los bacilos o las fibras de asbesto se representan mejor como cilindros largos en comparación con su diámetro, son de tamaño de algunas unidades de nanómetros hasta centenas. En esta sección construiremos la solución del comportamiento de la dispersión de la EM por una nanoantena con radio a e índice de refracción m_t sumergido en un medio absorbente con un índice de refracción complejo m , que está interactuando con EM con incidencia normal que se propaga en la dirección x en un sistema de coordenadas como se muestra en la Fig. 1.

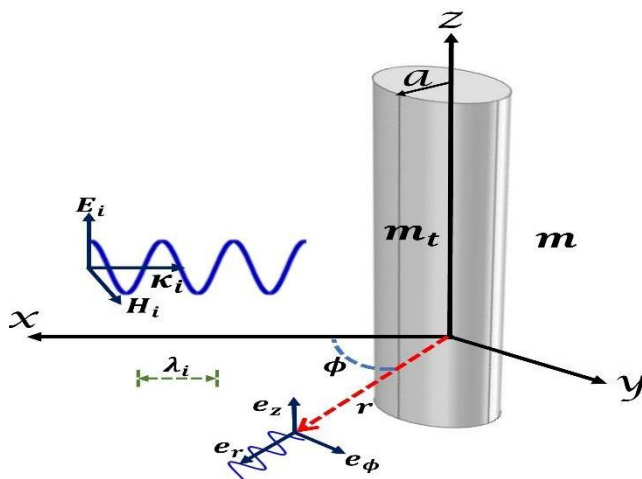


Fig. 1 Geometría de EM con incidencia normal desde el eje x hacia una nanoantena con radio a e índice de refracción m_t sumergida en un medio absorbente con índice de refracción complejo m .

El eje central de la nanoantena está alineado con el eje z , así, el punto de partida será la ecuación de onda escalar $\nabla^2\psi + k^2\psi = 0$, que en coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) , es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (1)$$

A través del método de variables separables en (1) podemos construir funciones para ϕ de la forma

$$\psi_n(r, \phi, z) = Z_n(\rho) e^{in\phi} e^{ihz} \quad (2)$$

Donde, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\rho = r\sqrt{k^2 - h^2}$ y Z_n es una solución a la ecuación de Bessel, al introducir (2) en (1), obtendremos la siguiente ecuación diferencial

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial Z_n}{\partial \rho} \right) + (\rho^2 - n^2) Z_n = 0 \quad (3)$$

Esta ecuación diferencial acepta como soluciones las funciones de Bessel de primera especie

$$J_n(\rho) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(k+n+1)} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{2k+n}$$

Donde $\Gamma(z)$, es la función Gamma. También tiene como solución las funciones de Bessel de segunda especie llamadas a veces funciones de Neumann o de Weber,

$$N_n(\rho) = Y_n(\rho) = \frac{J_n(\rho) \cos[n\pi] - J_{-n}(\rho)}{\sin[n\pi]}$$

Las funciones de Bessel son muy importantes para comprender la propagación de ondas electromagnéticas, el movimiento de fluidos y especialmente en la teoría del potencial y la teoría de la dispersión cuando se presenta la simetría cilíndrica, simetría fundamental para este trabajo. El matemático Daniel Bernoulli (1700-1782) fue el primero en encontrar las funciones de Bessel cuando estaba estudiando las vibraciones de una cadena colgante. Posteriormente aparecieron en la teoría de Euler (1707-1782) de las vibraciones de una membrana circular y en los trabajos de Bessel acerca del movimiento de los planetas.

En general, la constante de separación h en (2) no está restringida, aunque en los problemas que trataremos, h viene dictada por la forma del campo incidente y la necesidad de satisfacer las condiciones de frontera entre el cilindro y el medio que lo rodea, en la dirección z , dirección que es simétrica por la incidencia normal que se estamos trabajando por lo cual se puede demostrar que tomará el valor de cero. Inicialmente tomamos el campo eléctrico incidente con una amplitud de incidencia E_0 caracterizada por la fuente del campo que puede ser un Láser de intensidad I , longitud λ_0 y frecuencia ω conocidas. Acá tenemos dos posibles estados de polarización ortogonales para la EM incidente: un campo eléctrico polarizado paralelo al plano x - z y un campo eléctrico polarizado perpendicular al plano x - z . Las propiedades de dispersión de luz

de la partícula se pueden derivar directamente para los dos estados de polarización ortogonales de la onda incidente, nosotros nos centraremos en el primero. Para cada estado de polarización, expandimos los campos incidentes, dispersos e interno en armónicos cilíndricos vectoriales [16]. Cuando el campo eléctrico incidente es paralelo al plano x-z, los campos incidentes (E_i, H_i) serán:

$$E_i = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n N_n^{(1)}, \quad (4a)$$

$$H_i = \frac{-ik}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n M_n^{(1)} \quad (4b)$$

y los campos dispersados (E_s, H_s) se pueden expresar como:

$$E_s = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n b_n N_n^{(3)} \quad (5a)$$

$$H_s = \frac{ik}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n b_n M_n^{(3)} \quad (5b)$$

Donde $E_n = (-i)^n \frac{E_0}{k}$ y $k = 2\pi \frac{m}{\lambda_0}$, con λ_0 la longitud de onda en el vacío, tomado como base el vector unitario e_z paralelo al eje z, ver Fig.1. Tendremos los armónicos cilíndricos vectoriales generados por (2) dados por

$$N_n = \frac{\nabla \times M_n}{k} = k e^{in\phi} Z_n e_z \quad (6)$$

$$M_n = \nabla \times (e_r \psi_n) = k e^{in\phi} \left[in \frac{Z_n}{\rho} e_r - \frac{\partial Z_n}{\partial \rho} e_\phi \right] \quad (7)$$

Donde $\rho = kr$ y los superíndices de N_n y M_n en las ecuaciones (4a, b) y (5a, b) denota el tipo de función de Bessel: (1) denota la función de Bessel de primer tipo $J_n(\rho)$ y (3) denota la función de Hanke $H_n^{(1)}(\rho) = J_n(\rho) + iY_n(\rho)$, con $Y_n(\rho)$ la función de Bessel de segundo tipo [17]. Los coeficientes b_n y a_n se determinan usando las condiciones de frontera, estos se escriben como

$$b_n = \frac{m J_n(m_t x) \partial_x J_n(mx) - m_t \partial_x J_n(m_t x) J_n(mx)}{m J_n(m_t x) \partial_x H_n^{(1)}(mx) - m_t \partial_x J_n(m_t x) H_n^{(1)}(mx)} \quad (8)$$

$$a_n = \frac{m_t J_n(m_t x) \partial_x J_n(mx) - m \partial_x J_n(m_t x) J_n(mx)}{m_t J_n(m_t x) \partial_x H_n^{(1)}(mx) - m \partial_x J_n(m_t x) H_n^{(1)}(mx)} \quad (9)$$

Donde $x = \frac{2\pi a}{\lambda_0}$, la interacción del campo incidente sobre la nanoantena dispersiva, podemos ver el comportamiento del campo dispersado respecto al campo incidente en diferentes

longitudes de onda, tomaremos la ecuación (5a) para determinar el comportamiento de la parte real del campo electromagnético dispersado de la siguiente forma,

$$Re[E_s/E_0] = Re \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} -(-i)^n b_n e^{in\phi} H_n^{(1)}(\rho) e_z \right] \quad (10)$$

Con la expresión (10) y tomando $a = 554nm$ y la incidencia de campos electromagnéticos con dos diferentes longitudes de onda, la del primer campo será $\lambda_1 = 632.8nm$ y para el segundo campo incidente $\lambda_2 = 1000nm$, también definido el índice del medio como $m = 1.2 + i0.06$ y $m_t = 1.4 + i0.02$ para la nanoantena, con esto obtenemos los patrones para el campo dispersado normalizado al campo incidente, ver Fig.2.

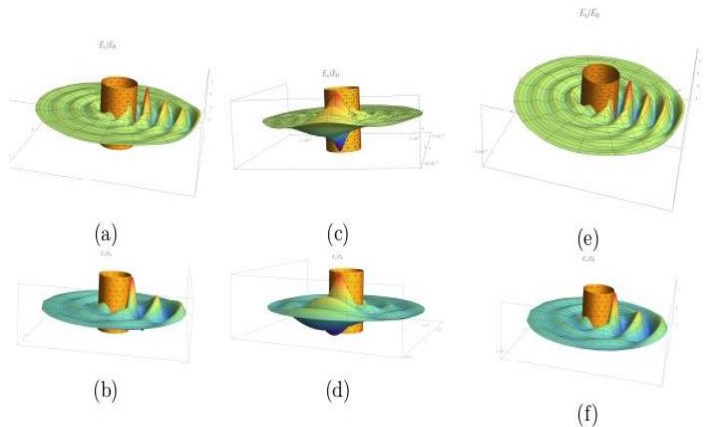


Fig. 2 Comportamiento del campo dispersado normalizado al campo incidente sobre una nanoantena inmersa en un medio dispersivo. (a, c, e) longitud de onda del campo incidente es de $\lambda_1 = 632.8nm$ y en (b, d, f) es de $\lambda_2 = 1000nm$, en diferentes ángulos de rotación para compararlas.

Como podemos ver en la Fig.2 la intensidad del campo electromagnético dispersado es mayor cuando existe relación entre la longitud de onda del campo electromagnético incidente y el radio del cilindro es próxima a 5-10, es decir, cuando la longitud del campo es próxima al tamaño de la antena, para la segunda longitud de onda se ve una dinámica muy similares pero debeos entender que en magnitud es menor; para visualizar mejor el comportamiento podemos ver la Fig.3 donde comparamos un corte transversal respecto a ϕ de las señales presentadas en la Fig.2, vemos la intensidad del campo electromagnético dispersada para tres valores de longitud de onda diferentes, $\lambda = 1000nm, 632nm$ y $500nm$, vemos que la intensidad del campo disperso es mayor para una longitud de onda de $632nm$ diferente para los otros valores esto nos muestra que la dinámica de a interacción depende se las relaciones del tamaño geometría de la nanoantena y las propiedades del EM incidente, esto lo podremos entender al calcular la eficiencia de dispersión en el apartado siguiente,

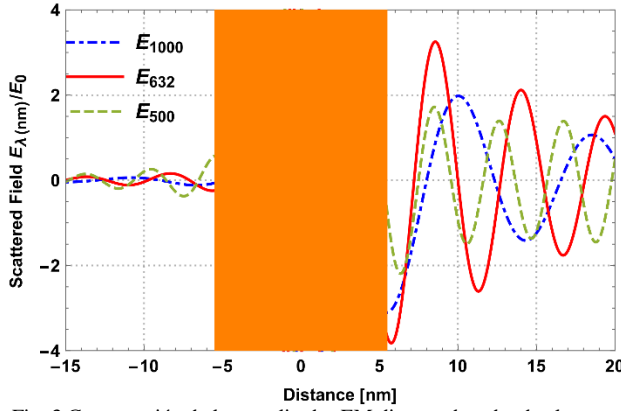


Fig. 3 Comparación de las amplitudes EM dispersados, donde el campo E_{1000} tiene una la longitud de onda $\lambda = 1000nm$, el E_{632} de $\lambda = 632nm$ y el E_{500} de $\lambda = 500nm$, podemos ver que es más intensa la dispersión en E_{632} y esto es por la relación de λ incidente y el radio del cilindro dispersivo, a la izquierda el campo retro dispersado y a la derecha el campo dispersado normalizado, la sección naranja representa el tamaño de la nanoantena.

Entendamos los parámetros que deseamos determinar; cuando la EM interactúa con un material; la dispersión es un proceso de conservación de energía, pero la dirección en la que se propaga la radiación puede verse alterada, al ser un medio absorbente debemos pensar en un índice de refracción complejo del tipo $m = m_1 + im_2$, donde m_1 es la parte real del índice de refracción y es responsable de la dispersión mientras que m_2 , la parte compleja es responsable de la absorción de la energía.

La relación $\frac{W_s}{L}$ para una nanoantena de longitud L , se puede aproximar a la cantidad de luz dispersada por unidad de longitud de un cilindro infinito; esta aproximación será cada vez mejor cuanto mayor sea la relación entre la longitud de la nanoantena y el diámetro. De forma similar al considerar secciones transversales de partículas finitas, podemos calcular las secciones transversales por unidad de longitud de la nanoantena construyendo una superficie concéntrica cerrada imaginaria A de longitud L y radio R que encierra una sección del cilindro

$$W_s = a \int_0^{2\pi} (S_s)_r d\phi \quad (11)$$

Donde S_s , es el vector de Poynting dispersado. No hay contribución neta a W_s , desde los extremos de la superficie Gaussiana A . El vector de Poynting que se muestran en (10) con el subíndice s (dispersión) es:

$$S_s = \frac{1}{2} Re[E_s \times H_s^*] \quad (12)$$

Con los campos definidos en las expansiones en los armónicos cilíndricos en (4)-(7) y reemplazando en (11), podemos hallar coeficiente de dispersión

$$W_s = -2aI_0 Im \left[\pi \left(1 - i \frac{m_i}{m_r} \right) \left(b_0 b_0^* H_0^{(1)}(mx) \partial_x H_0^{(1)}(mx)^* + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n b_n^* H_n^{(1)}(mx) \partial_x H_n^{(1)}(mx)^* \right) \right] \quad (13)$$

Donde $I_0 = \left(\frac{m_r}{2c\mu} \right) |E_0|^2$, c es la velocidad de la luz en el vacío, m_i y m_r son la parte imaginaria y real respectivamente del medio donde está inmersa la nanoantena. La tasa de energía incidente en por unidad de longitud es:

$$g = 2aI_0 \int_0^{\pi/2} e^{2m_i x \cos[\alpha]} \cos[\alpha] d\alpha \quad (14)$$

Por lo tanto, para este estado de polarización la eficiencia de dispersión se determina calculando

$$Q_s = \frac{W_s}{g} \quad (15)$$

III. RESULTADOS

Con las relaciones de la sección anterior, mostramos el comportamiento de la eficiencia de dispersión para la nanoantena inmersa en un medio absorbente y también en un medio no absorbente.

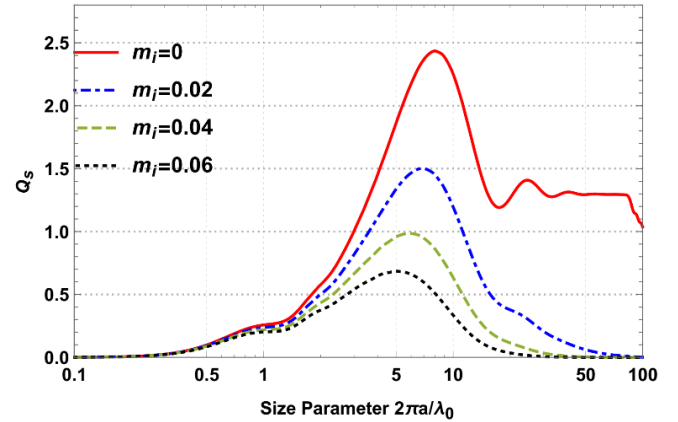


Fig. 4 Eficiencia de dispersión de una nanoantena inmersa en un medio como funciones del parámetro de tamaño $\frac{2\pi a}{\lambda_0}$. El índice de refracción para la nanoantena es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice del medio es $m = 1.2 + im_i$.

Tomando el valor del índice de refracción de la nanoantena $m_t = 1.4 + i0.05$ similar al índice del carbón orgánico, inmerso en un medio con un índice de refracción complejo de $m = 1.2 + im_i$ donde $m_i = 0, 0.02, 0.04$ y 0.06 . Los índices de refracción aplicados aquí son los utilizados en [18]. Se seleccionan varios índices de refracción imaginarios del medio huésped para examinar los efectos del medio absorbente en el perfil de la dispersión del campo incidente por el sistema medio-nanoantena, ver Fig.4.

Recordemos que la sección transversal de dispersión $C_s(\lambda_0, a)[m^2]$ de una partícula determina cuánta radiación es dispersada en todas las direcciones por la partícula. Aquí λ_0 es la longitud de onda en el vacío y a el radio de la nanoantena. Considerando un haz de luz uniforme de irradiancia $I[\frac{W}{m^2}]$ que incide sobre una partícula de área de sección transversal geométrica $A[m^2]$. La partícula dispersa una cantidad de potencia $W_s[W]$ en todas las direcciones. La sección transversal de dispersión se define como $C_s = \frac{W_s}{A}$ y la eficiencia de dispersión $Q_s(\lambda_0, a)$, se define como la relación entre la sección transversal de dispersión y la sección transversal geométrica como se ve en (15).

Debido a la naturaleza de la dispersión electromagnética, el término Q_s puede aproximarse a un valor de constante para partículas no absorbentes cuando son grandes en comparación con la longitud de onda, en la Fig.4 vemos ese comportamiento con la línea roja continua que representa un medio no dispersivo, cuando aumentamos la absorción del medio (m_i), la dispersión pueden verse en ondas reflejadas, refractadas o transmitidas al interior de la nanoantena y se vuelven de menor valor, especialmente cuando el parámetro de tamaño es mayor que 2 se ve la separación entre los diferentes materiales, este comportamiento es similar a los casos de nanopartículas esféricas, el medio absorbente también reduce la eficiencia de dispersión [19].

Al comparar los resultados de las partículas esféricas encontramos que el medio absorbente tiende a afectar las propiedades de dispersión de los cilindros y las esferas de manera similar, aunque las propiedades de dispersión de las dos formas de partículas son significativamente diferentes, pero al aumentar el parámetro de tamaño el efecto del medio absorbente sobre las propiedades de dispersión de partículas con diferentes formas geométricas similar [20-21]. Una explicación plausible de este resultado es que, para las partículas absorbentes grandes, el haz que se transmite al interior de la partícula se debilita mucho antes de que emerjan como luz dispersa, y para partículas del tamaño cercano a la longitud de onda incidencia tenemos una riqueza en los fenómenos electrodinámicos cuando interactúan.

En la Fig.5, vemos el comportamiento de la eficiencia de dispersión y la de absorción [7] en función de la longitud de onda de la onda incidente para diferentes radios para la nanoantena. Podemos notar de la Fig.5 que en las longitudes de onda próximas al tamaño de la partícula es donde se presentan con mayor valor los fenómenos de dispersión y extinción, siempre siendo mayor la extinción que la dispersión. En longitudes de onda menores al tamaño de la partícula se observa una influencia mucho menor sobre el sistema de estos parámetros, pero en longitudes mayores vemos que decae lentamente estos procesos, la región de longitud de onda en el ultravioleta pasando por el visible que es la región encerrada

aproximadamente entre $\sim 400nm - 600nm$, y es una región de interés para las antenas ópticas.

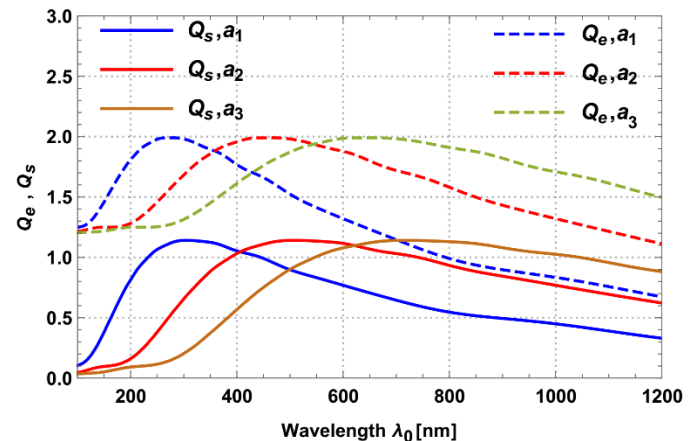


Fig. 5 Comparación de la eficiencia de extinción y la de dispersión en nanoantena inmersa en un medio absorbente como función de la longitud de onda λ_0 . El índice de refracción de la nanoantena es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es $m = 1.2 + i0.06$. Acá el valor del radio del cilindro varía como $a_1 = 300nm, a_2 = 500nm, a_3 = 700nm$.

Este tipo de características son de interés ya que la partícula tiene el tamaño indicado para absorber energía en su interior o en su superficie, energía útil para generar fenómenos como fonones o plasmones donde la energía se acopla a los electrones del material y crean grandes concentraciones de campo eléctrico como se muestra en [22].

La función de fase de dispersión, o función de fase, da la distribución angular de intensidad de luz dispersada por una partícula a una determinada longitud de onda.

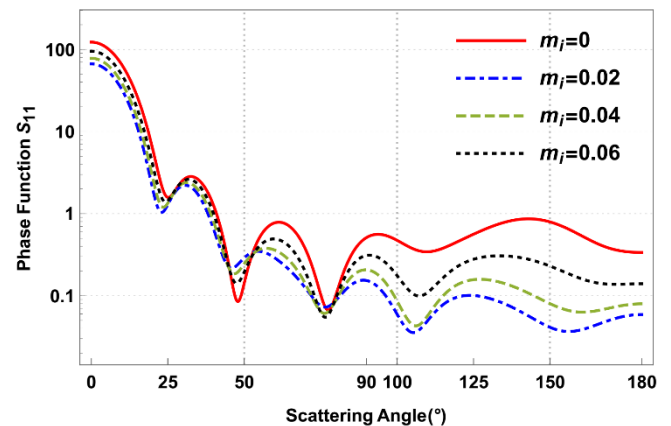


Fig. 6 Función de la fase de dispersión para nanoantena inmersa en un medio como función del ángulo de dispersión para una longitud de onda $\lambda_0 = 632nm$. El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es $m = 1.2 + m_i$. Acá el valor del radio de la nanoantena es de $704nm$

Ahora estudiaremos la fase de dispersión y su comportamiento, todo esto desde la matriz de fase de dispersión y el factor de asimetría que se calculan a partir de los elementos de la matriz

de dispersión. Para una nanoantena en un medio absorbente, los elementos distintos de cero de la matriz de dispersión de amplitud, tomando $\theta = \pi - \phi$ como el ángulo de dispersión, y con la matriz de dispersión, es sencillo calcular todos los elementos de la matriz de Mueller [15], en particular:

$$S_{11} = \frac{1}{2} \left(\left| a_0 + 2a_n \cos\left(\frac{(1+L)\theta}{2}\right) \operatorname{Csc}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{Sin}\left(\frac{L\theta}{2}\right) \right|^2 + \left| b_0 + 2b_n \cos\left(\frac{(1+L)\theta}{2}\right) \operatorname{Csc}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{Sin}\left(\frac{L\theta}{2}\right) \right|^2 \right) \quad (16)$$

La matriz de Mueller es una matriz de 4x4, introducida por Hans Mueller en la década de 1940, para manipular los vectores de Stokes que representan la polarización de la luz. En esta técnica, el efecto de un componente óptico se modela mediante una matriz. Muchos problemas que involucran luz coherente, como la que proviene de un láser, deben abordarse con este tipo de matrices porque se determinan a partir del campo eléctrico y no solo de la intensidad de la energía, por lo que no se pierde información sobre la fase de la onda. En la Fig.6. Podemos ver la dependencia de función de fase en términos de la absorción del medio externo a la nanoantena que no presenta grandes variaciones en la dirección de propagación, pero si vemos diferencias en la retro dispersión para ángulos mayores a 90°.

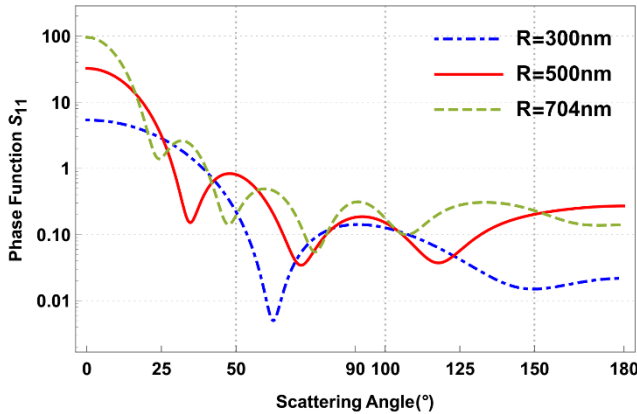


Fig.7. Función de la fase de dispersión para nanoantena inmersa en un medio como función del ángulo de dispersión para una longitud de onda $\lambda_0 = 632\text{nm}$, tres valores de radio para la nanoantena diferentes. El índice de refracción de la nanoantena es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice del medio es $m = 1.2 + 0.04$.

Por otra parte, en la Fig.7, podemos ver el comportamiento de función de fase y las consecuencias que tiene el parámetro geométrico del radio de la nanoantena, sus consecuencias son evidentes para la distribución de la intensidad del campo electromagnético disperso, no en la parte angular sino, en la parte de intensidades; aunque las diferencias de los valores de la longitud de onda son lineales, sus consecuencias en el patrón de la fase se ven que son de uno o dos órdenes de magnitud

entre ellos, como se ve entre los valores máximos de las nanoantenas de radio 300nm respecto a de 700nm.

IV. CONCLUSIONES

Se mostraron soluciones analíticas para la eficiencia de dispersión de un cilindro dispersivo con índice de refracción complejo infinitamente largo inmerso en un medio absorbente también con índice completo en la configuración de incidencia normal de una onda plana. Los resultados muestran que, aunque el medio absorbente reduce significativamente la eficiencia de dispersión, esto esclarece la importancia de tenerlo en cuenta al transmitir información. Sin embargo, para partículas dispersivas grandes cambian poco con la absorción del medio y tiende a cero menos en el caso del vacío donde converger a un valor constante. Esto implica que la razón entre la longitud de onda de la luz incidente que se transmite se debilita fuertemente dentro de la partícula y el perímetro del cilindro en el intervalo de 1 a 10 veces en su factor de escala, lo cual es importante tanto para la detección remota activa como pasiva de medios por los cuales se desea transmitir información. Por otra parte vemos el efecto de la longitud de ondas en las eficiencias de dispersión y extinción, desplazando sus máximos valores a las regiones donde la longitud de onda y el radio de la nanoantena están casi en el mismo valor, pero siempre su valor máximo es un poco menor al del radio de la nanoantena, esto nos indica el vínculo que tiene la geometría de la nanopartícula y sus implicaciones para maximizar el efecto de extinción y dispersión. Finalmente vemos el comportamiento de la función de fase de dispersión, para diferentes medios externos a la nanoantena se entiende que para materiales dieléctricos esta fase será máxima y para valores diferentes de la absorbancia del material la función disminuye, y la dependencia de la función de fase con el radio de la nanoantena tiene mayor riqueza ya que al tener la longitud de onda indicada los valores para la fase dispersión no aumentan linealmente teniendo un efecto más grande, es decir para variaciones pequeñas de la longitud de onda se tienen grandes aumentos en la función de la fase.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Fundación Universitaria Cafam y mediante el apoyo a una pasantía de posgradual.

REFERENCIAS

- [1] Mie, G. J. A. P. (1908). Articles on the optical characteristics of turbid tubes, especially colloidal metal solutions. *Ann. Phys.*, 25(3), 377-445.
- [2] Rayleigh, L. (1918). XLI. The dispersal of light by a dielectric cylinder. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 36(215), 365-376.
- [3] Wait, J. R. (1955). Dispersion of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence. *Canadian journal of physics*, 33(5), 189-195.
- [4] Asano, S., & Yamamoto, G. (1975). Light scattering by a spheroidal particle. *Applied optics*, 14(1), 29-49.
- [5] Jackson, John David. "Classical electrodynamics." (1999): 841-842.
- [6] Maxwell, J. C. (1865). VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, (155), 459-512.

- [7] Cárdenas, Maicol & Rodríguez, Eduardo (2022). Caracterización de Campo Cercano de un Cilindro Inmerso en un Medio Disipativo. LACCEI, <http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2022.1.1.274>
- [8] Sun, W., Loeb, N. G., & Lin, B. (2005). Light scattering by an infinite circular cylinder immersed in an absorbing medium. *Applied optics*, 44(12), 2338-2342.
- [9] Cárdenas, M., Castiblanco, R. E., Vargas, J. H., & Morales, J. (2010). Estudio de las funciones reflectancia y transmitancia de los plasmones de superficies en la configuración de kretschmann. *Momento*, (40), 30-55.
- [10] Cárdenas Hernández, M., & Rodríguez Araque, E. (2021). Estudio de Plasmones en Nano-Antenas Ópticas. LACCEI, Inc.
- [11] Bever, S. J., & Allebach, J. P. (1992). Multiple scattering by a planar array of parallel dielectric cylinders. *Applied optics*, 31(18), 3524-3532.
- [12] Kulkarni, A., Guney, D., & Vora, A. (2013). Optical absorption in nanostructures: classical and quantum models. *International Scholarly Research Notices*, 2013.
- [13] Abushagur, M. A., & George, N. (1985). Polarization and wavelength effects on the scattering from dielectric cylinders. *Applied optics*, 24(23), 4141-4145.
- [14] M. Cardenas and E. Rodriguez, (2021). A Study of Plasmons in Optical Nano-Antennas," IEEE USNC-URSI Radio Science Meeting (Joint with AP-S Symposium), 2021, pp. 1831-1832, doi: 10.23919/USNC-URSI51813.2021.9703505.
- [15] Abo Riziq, A., Erlick, C., Dinar, E., & Rudich, Y. (2007). Optical properties of absorbing and non-absorbing aerosols retrieved by cavity ring down (CRD) spectroscopy. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 7(6), 1523-1536.
- [16] Bohren, C. F., & Huffman, D. R. (2008). *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons.
- [17] Solano-Reynoso, W. M., & Acuña, J. R. (2016). Esparcimiento de ondas electromagnéticas por microesferas dieléctricas. *Revista de investigación de física*, 19(2).
- [18] Mundy, W. C., Roux, J. A., & Smith, A. M. (1974). Mie scattering by spheres in an absorbing medium. *JOSA*, 64(12), 1593-1597.
- [19] Fu, Q., & Sun, W. (2001). Mie theory for light scattering by a spherical particle in an absorbing medium. *Applied Optics*, 40(9), 1354-1361.
- [20] Laven, P. (2010). Separating diffraction from scattering: the million-dollar challenge. *Journal of Nanophotonics*, 4(1), 041593.
- [21] Berg, M. J., Sorensen, C. M., & Chakrabarti, A. (2011). A new explanation of the extinction paradox. *Journal of quantitative spectroscopy and radiative transfer*, 112(7), 1170-1181.
- [22] M. C. Hernández and E. R. Araque, "A Study of Plasmons in Optical Nano-Antennas," 2021 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (APS/URSI), 2021, pp. 1831-1832, doi: 10.1109/APS/URSI47566.2021.9704680.